

**EVECÇÃO E INSTABILIDADE NO SISTEMA NETUNO-TRITÃO.** Diogo Merguizo Sanchez, Tadashi Yokoyama. – Astronomia – Física – Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Campus de Rio Claro.

O sistema Netuno-Tritão possui características dinâmicas únicas, pois Tritão possui elevada inclinação ( $157.43^\circ$ ) e massa bastante significativa ( $1/20900$  da massa de Netuno), além de ser um satélite retrógrado. Por estas características, uma missão a este sistema é uma das prioridades da Nasa para os próximos anos (2008 - 2013) (Hammel *et al*, 2002). Tendo em vista uma missão a este sistema, visamos construir os fundamentos básicos que governariam todo o movimento de um satélite neste sistema. Em Yokoyama *et al* (2006), apresentamos os mapas de estabilidade de um satélite em torno de Tritão, com perturbação de Netuno, seu achatamento e o Sol, para os casos direto e retrógrado. Para a construção dos mapas variamos semi-eixo maior inicial de  $0.147839 R_N = 0.251 R^H$  a  $0.356934 R_N = 0.606 R^H$  (caso direto) e  $0.44175 R_N = 0.75 R^H$  a  $0.53128 R_N = 0.902 R^H$  (caso retrógrado), e inclinação inicial de  $91^\circ$  a  $120^\circ$  (caso direto),  $1^\circ$  a  $50^\circ$  (caso retrógrado). Estes mapas revelaram que a região de estabilidade da órbita de satélites diretos ( $I_S > 90^\circ$ ) é significativamente menor do que a região de estabilidade de satélites retrógrados ( $I_S < 90^\circ$ ). Neste trabalho faremos um estudo da ressonância de evecção, onde será possível verificar que a região de estabilidade destes mapas está relacionada com a ressonância de evecção (caso direto). Vamos utilizar os sub-índices ( $S, N, T, J$ ) quando tratarmos dos elementos do satélite, Netuno, Tritão e Júpiter, respectivamente.

A ressonância de evecção é uma ressonância de excentricidade que ocorre quando o período do movimento médio aparente do perturbador em torno do planeta é igual ao período da longitude do pericentro de um satélite ao redor deste planeta.

Vamos considerar um satélite em torno de Tritão, sendo perturbado por Netuno. O potencial da perturbação de Netuno sobre o satélite, truncado em  $\left(\frac{r}{r_N}\right)^2$ , é dado por:

$$R_N = \frac{GM_N}{2r_N^3} r_s^2 (3\cos^2(S) - 1), \quad (1)$$

onde  $G$  é a constante de gravitação universal,  $M_N$  é a massa de Netuno,  $r_N$  e  $r_s$  são a distância de Netuno e do satélite a Tritão, respectivamente, e  $S$  é distância angular do satélite a Netuno. Ao escrevermos o potencial acima em termos dos elementos orbitais e tomamos a média em termos da anomalia média do satélite, obtemos a seguinte expressão:

$$R_N = \frac{GM_N}{2r_N^3} a^2 \left\{ -\frac{1}{4} \left( 1 + \frac{3}{2} e^2 \right) + \frac{3}{4} \left[ \left( 1 + \frac{3}{2} e^2 \right) \cos(2\theta) + \frac{5}{2} e^2 \cos(2g) \cos(2\theta) + \frac{5}{2} e^2 \cos(2g) \right] \right. \\ \left. + \frac{3}{4} \cos^2(I) \left[ \left( 1 + \frac{3}{2} e^2 \right) - \left( 1 + \frac{3}{2} e^2 \right) \cos(2\theta) - \frac{5}{2} e^2 \cos(2g) + \frac{5}{2} e^2 \cos(2g) \cos(2\theta) \right] \right. \\ \left. + \frac{15}{4} e^2 \sin(2g) \sin(2\theta) \cos(I) \right\} \quad (2)$$

onde  $\theta = f_N + \omega_N - \Omega$  e  $g = \varpi - \Omega$ . As variáveis  $a$ ,  $e$ ,  $I$ ,  $\varpi$  e  $\Omega$  são, respectivamente, o semi-eixo maior, a excentricidade, a inclinação, a longitude do pericentro e a longitude do nodo ascendente do satélite; as variáveis  $f_N$  e  $\omega_N$  são a anomalia verdadeira e o argumento do pericentro de Netuno, nesta ordem.

Numa primeira hipótese, vamos considerar  $e_N \approx 0$ , isto implica que  $f_N = l_N$  onde  $l_N$  é a anomalia média de Netuno. Como pretendemos estudar a evecção, temos de achar termos do tipo  $\cos(\varpi - \lambda_N)$ , sendo  $\lambda_N = l_N - \varpi_N$ . Neste sentido, expandimos os produtos dos co-senos e senos de  $2g$  e  $2\theta$  em termos de somas de co-senos de  $(2g + 2\theta)$ , obtendo assim uma expressão que possui somente co-senos do ângulo ressonante. Como o centro de libração da ressonância de evecção ocorre em  $180^\circ$ , faremos  $\varpi - \lambda_N = \pi$ .

Utilizando a última aproximação e trabalhando com as equações variacionais de Lagrange, chegamos à seguinte frequência:

$$\varpi \cong \frac{GM_N (1-e^2)^{1/2}}{2na_N^3} \left\{ -\frac{3}{4}e + \frac{15}{8}e + \frac{3}{4}\cos^2(I) \left[ 3e + \frac{5}{2}e \right] + \frac{15}{4}e \cos I \right\} + o(\sin(I)). \quad (3)$$

Fazendo as aproximações  $I \approx e \approx 0$ , temos:

$$\varpi \cong \frac{GM_N}{na_N^3} \left( \frac{3}{4} \right), \quad (4)$$

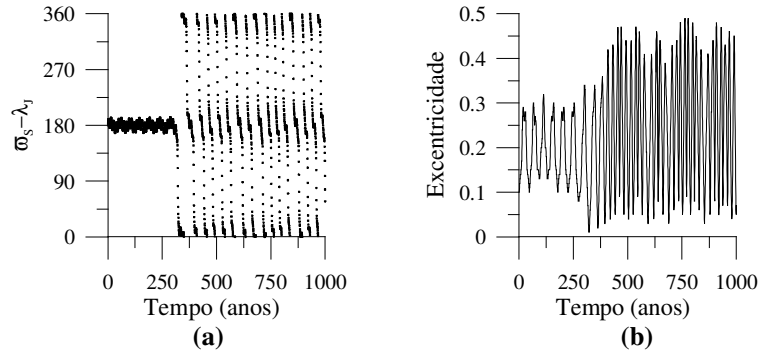
onde  $n$  é o movimento médio do satélite.

Como dito anteriormente a ressonância de evecção ocorre quando  $\varpi = \lambda_N$ , onde  $\lambda_N = \sqrt{\frac{G(M_N + m_T)}{a_N^3}}$ , sendo  $m_T$  a massa de Tritão; assim podemos obter uma expressão que nos dá o semi-eixo maior do satélite para o qual ocorre a ressonância de evecção:

$$a_s = a_N \left( \frac{m_T}{3M_N} \right)^{1/3} 0.529. \quad (5)$$

No entanto  $a_N \left( \frac{m_T}{3M_N} \right)^{1/3} = R^H$ , raio de Hill de Tritão (Danby, 1962). Então o semi-eixo ressonante será dado por  $a_s = R^H 0.529$ . Para este semi-eixo, no caso do satélite em torno de Tritão, o mapa de estabilidade de Yokoyama *et al* (2006) apresenta forte instabilidade (caso direto).

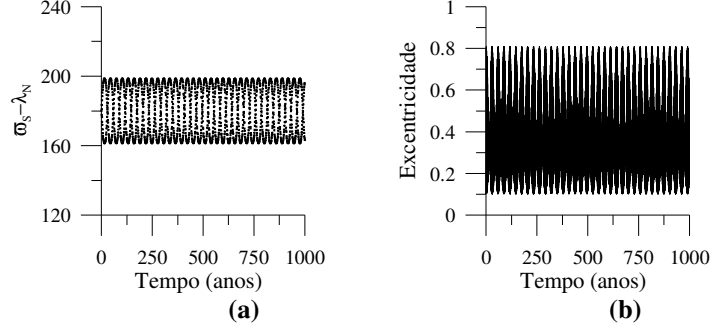
A título de ilustração, vamos mostrar o caso de um satélite em torno de Júpiter, perturbado pelo Sol. Através da equação (5) obtivemos o  $a_e = 393.19$  raios equatoriais de Júpiter ( $R_J$ ), como sendo o semi-eixo onde ocorre a ressonância de evecção. Numericamente obtivemos  $a_e = 394 R_J$  como semi-eixo onde os efeitos da ressonância de evecção começam a aparecer. A figura 1 mostra a evolução de  $\varpi_s - \lambda_J$  e da excentricidade do satélite para o semi-eixo  $a_e = 400 R_J$ .



**Figura 1:** Exemplo de um satélite em torno de Júpiter com perturbação do Sol,  $a_e = 400 R_J$ ,  $e_s = 0.1$ ,  $I_s = 1^\circ$  e  $\varpi_s = 180^\circ$ . (a) Variação do ângulo de ressonância  $\varpi_s - \lambda_J$  (evecção) para um tempo igual a 1000 anos. (b) Variação da excentricidade em função do tempo. Estas simulações foram feitas através da integração das equações variacionais de Lagrange (sistema médio).

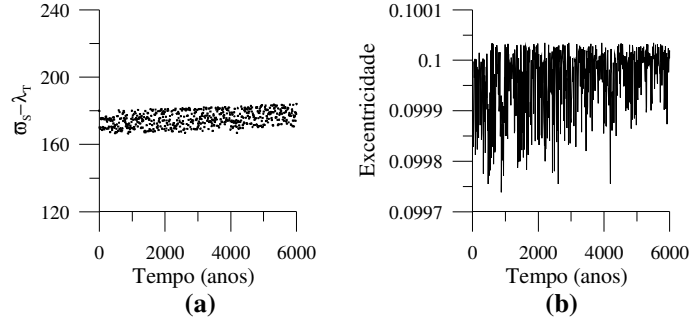
Utilizando (5) para um satélite em torno de Tritão, com perturbação de Netuno, chegamos a um valor de semi-eixo do satélite no qual ocorre a ressonância de evecção:  $a_e = 0.3118 R_N$ . Através da integração do sistema médio encontramos o valor  $a_e = 0.313 R_N$ , como semi-eixo onde começa a ocorrer ressonância de evecção. Notemos a boa concordância entre os dois valores. Com condições iniciais  $e_s = 0.1$ ,  $I_s = 1^\circ$ ,  $\varpi_s = 180^\circ$ ,  $\Omega_s = l_s = 0^\circ$ , a figura 2 mostra a variação do ângulo ressonante  $\varpi_s - \lambda_N$  em função

do tempo para o semi-eixo  $a_e = 0.365 R_N$ , tal como na figura 1, nota-se a libração de  $\varpi_S - \lambda_N$  em  $\pi$ , conforme admitido na hipótese. Podemos observar a grande variação da excentricidade.

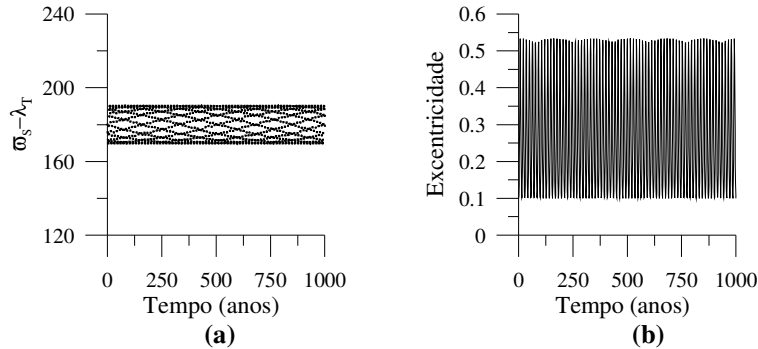


**Figura 2:** Satélite em torno de Tritão, com perturbação de Netuno. (a) Variação do ângulo de ressonância  $\varpi_S - \lambda_N$  (evecção) para um tempo igual a 1000 anos. (b) Variação da excentricidade em função do tempo. Estas simulações foram feitas através da integração das equações variacionais de Lagrange (sistema médio).

No entanto, se tomarmos Netuno como corpo central e Tritão como perturbador, há uma discrepância significativa entre o valor analítico ( $a_e = 88.53 R_N$ ) e o valor obtido através dos procedimentos numéricos ( $a_e \approx 216.223 R_N$ ). Podemos ver na figura 3 o ângulo ressonante librando em torno de  $180^\circ$  para o semi-eixo  $a_S = 216.223 R_N$ . Se, entretanto, aumentarmos a massa de Tritão para 2.09 da massa de Netuno (antes  $1/2090 M_N$ ), obtemos, pela expressão  $a_e = 4.11 R_N$  e numericamente obtemos  $4.7 R_N$ . A figura 4 mostra a libração do ângulo ressonante para esta nova configuração de massa.



**Figura 3:** Satélite em torno de Netuno, com perturbação de Tritão. (a) Variação do ângulo de ressonância  $\varpi_S - \lambda_T$  (evecção) com o tempo. (b) Variação da excentricidade em função do tempo. Condições iniciais:  $a_S = 216.223 R_N$ ,  $e_S = 0.1$ ,  $I_S = 1^\circ$ ,  $\varpi_S = 180^\circ$ , com integração das equações médias.



**Figura 4:** Satélite em torno de Netuno, com perturbação de Tritão. (a) Variação do ângulo de ressonância  $\varpi_S - \lambda_T$  (evecção) com o tempo. (b) Variação da excentricidade em função do tempo. Condições iniciais:  $a_S = 4.95 R_N$ ,  $e_S = 0.1$ ,  $I_S = 1^\circ$ ,  $\varpi_S = 180^\circ$ , massa de Tritão igual a  $2.09 M_N$ , com integração das equações médias.

Concluimos que a hipótese da eveção para órbitas diretas se mostrou verdadeira, isto é, a eveção causa uma grande variação na excentricidade. Esta variação ocorre para valores do semi-eixo que concordam com o início da região instável do mapa de Yokoyama *et al* (2006). Conseguimos uma expressão analítica que define o semi-eixo de eveção para órbitas diretas. A expressão se mostra eficiente na grande maioria dos casos, à exceção do caso em que Tritão é o corpo perturbador. Como a massa de Tritão é pequena em comparação a Netuno, sua influência também é pequena, fazendo com que o semi-eixo de eveção seja muito maior do que o encontrado através da expressão analítica. Para o caso do satélite em torno de Tritão (Netuno como perturbador), também definimos, através dos experimentos numéricos, um intervalo de semi-eixo em que ocorre a ressonância de eveção em órbitas diretas:  $0.313 R_N \leq a_e \leq 0.365 R_N$ .

## Referências Bibliográficas

- Brouwer, D; Clemence, G., 1961. *Methods of Celestial Mechanics*. Academic Press, New York.
- Danby, J. M. A., 1962. *Fundamentals of Celestial Mechanics*. Willmann-Bell, Virginia.
- Hammel, H. B. et al, 2002. *Exploration of the Neptune System*. ASP Conferences Series, Vol. 272.
- Kinoshita, H., 1993. *Motion of the Orbital Plane of a Satellite Due to a Secular Change of the Obliquity of its Mother Planet*. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 57, 359-368.
- T. Yokoyama, T. J. Stuchi, C. R. H. Solórzano, A. A. Corrêa, D. M. Sanchez, A. F. B. A. Prado, O. C. Winter, S. M. G. Winter, 2006. *Normalization And Dynamics Of A Satellite Around Lagrangian Points In The Neptune-Triton System*. COSPAR 2006 – Beijin, China.

**Bolsa:** CNPq/PIBIC